



دانشگاه علم و صنعت ایران

دانشکده مهندسی کامپیوتر

ساختمان داده

*تمرین ۵

یاسمن لطف اللهی

سهند نظرزاده

سید صالح اعتمادی

نیمسال اول ۹۹-۰۰

y_lotfollahi@comp.iust.ac.ir sahand_nazarzadeh@comp.iust.ac.ir	ایمیل/تیمز
fb_A5	نام شاخه
A5	نام پروژه/پوشه/پول ریکوست
۹۹/۸/۱۰	مهلت تحويل

*تشکر ویژه از خانم مریم سادات هاشمی که در نیمسال اول سال تحصیلی ۹۸-۹۷ نسخه اول این مجموعه تمرین‌ها را تهیه فرمودند.
همچنین از اساتید حل تمرین نیمسال اول سال تحصیلی ۹۸-۹۹ سارا کدیری، محمد مهدی عبداللهپور، مهدی مقدمی، مهسا قادران، علیرضا مرادی، پریسا یل‌سوار، غزاله محمودی و محمدجواد میرشکاری که مستند این مجموعه تمرین‌ها را بهبود بخشیدند، تشکرم.

توضیحات کلی تمرین

۱. ابتدا مانند تمرین های قبل، یک پروژه به نام A5 بسازید.
۲. کلاس هر سوال را به پروژه خود اضافه کنید و در قسمت مربوطه کد خود را بنویسید. هر کلاس شامل دو متاد اصلی است:

- متاد اول: تابع `Solve` است که شما باید الگوریتم خود را برای حل سوال در این متاد پیاده سازی کنید.
- متاد دوم: تابع `Process` است که مانند تمرین های قبلی در `TestCommon` پیاده سازی شده است. بنابراین با خیال راحت سوال را حل کنید و نگران تابع `Process` نباشید! زیرا تمامی پیاده سازی ها برای شما انجام شده است و نیازی نیست که شما کدی برای آن بزنید.

۳. اگر برای حل سوالی نیاز به تابع های کمکی دارید؛ می توانید در کلاس مربوط به همان سوال تابع تان را اضافه کنید.

اکنون که پیاده سازی شما به پایان رسیده است، نوبت به تست برنامه می رسد. مراحل زیر را انجام دهید.

۱. یک `UnitTest` برای پروژه خود بسازید.
۲. فolder `TestData` که در ضمیمه همین فایل قرار دارد را به پروژه تست خود اضافه کنید.
۳. فایل `GradedTests.cs` را به پروژه تستی که ساخته اید اضافه کنید.

توجه:

برای اینکه تست شما از بهینه سازی کامپایلر دات نت حداکثر بهره را ببرد زمان تست ها را روی بیلد **امتحان کنید**، در غیر اینصورت ممکن است تست های شما در زمان داده شده پاس نشوند.

```
1  using Microsoft.VisualStudio.TestTools.UnitTesting;
2  using TestCommon;
3
4  namespace A5.Tests
5  {
6      [DeploymentItem("TestData")]
7      [TestClass()]
8      public class GradedTests
9      {
10          [TestMethod(), Timeout(1000)]
11          public void SolveTest_Q1BinarySearch()
12          {
13              RunTest(new Q1BinarySearch("TD1"));
14          }
15          [TestMethod(), Timeout(1000)]
16          public void SolveTest_Q2MajorityElement()
17          {
18              RunTest(new Q2MajorityElement("TD2"));
19          }
20          [TestMethod(), Timeout(1000)]
21          public void SolveTest_Q3ImprovingQuickSort()
22          {
23              RunTest(new Q3ImprovingQuickSort("TD3"));
24          }
25          [TestMethod(), Timeout(1000)]
26          public void SolveTest_Q4NumberOfInversions()
27          {
28              RunTest(new Q4NumberOfInversions("TD4"));
29          }
30          [TestMethod(), Timeout(1000)]
31          public void SolveTest_Q5OrganizingLottery()
32          {
33              RunTest(new Q5OrganizingLottery("TD5"));
34          }
35          [TestMethod(), Timeout(1000)]
36          public void SolveTest_Q6ClosestPoints()
37          {
38              RunTest(new Q5OrganizingLottery("TD6"));
39          }
40
41          public static void RunTest(Processor p)
42          {
43              TestTools.RunLocalTest("A5", p.Process, p.TestDataName, p.Verifier, VerifyResultWitho
44                  excludedTestCases: p.ExcludedTestCases);
45          }
46      }
47  }
```

Binary Search ۱

فرض کنید که دو آرایه a و b به طول n در اختیار دارید. شما باید بررسی کنید که آیا هر یک از عناصر های آرایه b در آرایه a موجود است یا خیر. اگر در آرایه i a باشد شما باید Index آن را در آرایه i a به عنوان خروجی برگردانید و اگر در آرایه i a نباشد عدد -1 را برگردانید. دقت کنید که آرایه i a به صورت صعودی است و همه ای عناصر آن از یکدیگر متمایز هستند. به مثال زیر توجه کنید:

$a : 1, 5, 8, 12, 13$

$b : 8, 1, 23, 1, 11$

در مثال بالا شما می بینید که 8 و 1 در آرایه a وجود دارند و Index آن ها به ترتیب 2 و 0 می باشد ولی 23 در a وجود ندارد. بنابراین خروجی به صورت زیر خواهد بود:

$2, 0, -1, 0, -1$

• محدودیت زمانی : ۱۰۰۰ میلی ثانیه

Majority Element ۲

فرض کنید که دنباله ای از اعداد به صورت a_n, a_1, a_2, \dots داریم. شما باید یک الگوریتم divide and conquer بنویسید که چک کند آیا عنصری در دنباله وجود دارد که بیش از $n/2$ بار تکرار شده باشد یا خیر. اگر چنین عنصری وجود داشته باشد، به آن majority element می‌گوییم و شما در این حالت باید عدد یک را برگردانید در غیر این صورت عدد صفر را برگردانید.

در testcase های این سوال خط اول تعداد المان های دنباله و خطوط بعدی المان های آرایه هستند. و خروجی هم عدد یک یا صفر است. به مثال زیر توجه کنید:

5

2, 3, 9, 2, 2

output: 1

در این دنباله عدد ۲، majority element است. راهنمایی: باید الگوریتمی با پیچیدگی زمانی $O(n\log n)$ طراحی کنید. در نظر بگیرید که اگر یک دنباله یک majority element داشته باشد، این عدد، یک از دو نیمه اول یا دوم دنباله نیز هست. پس برای حل مسئله، باید دنباله را به دو نیمه تقسیم کنید و بعد از بررسی آن ها به صورت بازگشتی، نتایج را جمع بندی کنید.

• محدودیت زمانی : ۱۰۰۰ میلی ثانیه

Improving Quick Sort ۳

در کلاس درس شما پیاده سازی الگوریتم Quick Sort را دیدید. اکنون شما باید این الگوریتم را به گونه ای تغییر دهید که برای آرایه هایی که تعداد المان های مساوی زیادی دارند هم، سریع عمل کند. برای راهنمایی شما باید به جای ۲ partition بندی، ۳ partition بندی داشته باشید.

testcase های این تمرین هم به این شکل است که در فایل ورودی خط اول تعداد المان های آرایه و در خطوط بعدی هر یک از المان های آرایه قرار دارد. در فایل خروجی هم آرایه مرتباً شده می باشد.

- محدودیت زمانی : ۱۰۰۰ میلی ثانیه

Number of Inversions ۴

در یک دنباله از اعداد مانند a_0, a_1, \dots, a_n یعنی به ازای $0 \leq i < j \leq n$ رابطه‌ی $a_i > a_j$ برقرار باشد. شما در این سوال باید تعداد inversion های آرایه‌ی ورودی را پیدا کنید. تعداد inversion یک آرایه مشخص می‌کند که چقدر یک آرایه مرتب شده است. یعنی در واقع در یک آرایه نزولی تعداد inversion ها صفر می‌باشد.

تعداد inversion های آرایه می‌باشد و در فایل خروجی یک عدد می‌باشد که برابر با تعداد inversion های آرایه است.

- محدودیت زمانی : ۱۰۰۰ میلی ثانیه

Organizing a Lottery ۵

فرض کنید سازماندهی یک لاتاری آنلاین به شما و اگذار شده است. برای شرکت در مسابقه، هر شرکت کننده یک عدد صحیح را انتخاب می کند. سپس شما به صورت تصادفی چندین بازه را تعریف می کنید. امتیاز هر شرکت کننده در لاتاری متناسب با تعداد بازه هایی است که شامل عدد مورد نظر شرکت کننده است منهای تعداد محدوده هایی است که آن را شامل نمی شود. شما نیاز به یک الگوریتم کارآمد برای محاسبه امتیاز هر شرکت کننده دارید. Naive Algorithm برای حل این سوال این است که برای همه شرکت کنندگان همه بازه ها را اسکن کنید. اما در این قرعه کشی هزاران نفر از شرکت کنندگان و هزاران محدوده وجود دارد. به همین دلیل شما به یک الگوریتم سریع نیاز دارید.

صورت مسئله به بیان ریاضی به صورت زیر است:

فرض کنید دنباله ای به طول n از اعداد در اختیار دارید که هر کدام از المان های این دنباله یک نقطه هستند و دنباله ای دیگری هم به طول m داریم که شامل بازه ای از اعداد یا segment می باشد. شما باید یک الگوریتمی بنویسید که برای هر نقطه، تعداد segment هایی که شامل آن نقطه می شود را خروجی بدهد. فرمت testcase های این سوال به این صورت است که در فایل ورودی، خط اول شامل دنباله نقطه هاست و در هر یک از خطوط بعدی، عدد اول شروع بازه و عدد دوم پایان بازه است. فایل خروجی هم تعداد segment هایی که شامل یک نقطه می شود؛ را نشان می دهد.

• محدودیت زمانی : ۱۰۰۰ میلی ثانیه

Closest Points ۶

فرض کنید n تا نقطه داریم. شما باید در این مجموعه دو نقطه را پیدا کنید که نزدیک ترین فاصله را از یکدیگر دارند. این مسئله یکی از کاربردی ترین مسائل در حوزه‌ی گرافیک، بینایی کامپیوتر و کنترل ترافیک است.

فرمت `testcase` های این سوال به این صورت است که در فایل ورودی در خط اول تعداد نقطه‌ها و در خطوط بعدی به ترتیب عدد اول، x نقطه و عدد دوم y نقطه است. فایل خروجی هم شامل یک عدد است که همان نزدیک ترین فاصله است.

- محدودیت زمانی : ۱۰۰۰ میلی ثانیه