

هر سوال را در نظر گرفته شده پاسخ دهید. پاسخ های خارج از محل تصحیح نمیشوند. نام و شماره دانشجویی را روی تمام برگه ها بنویسید. شماره دانشجویی باید با اعداد لاتین نوشته شود. مهلت این تمرین شنبه ۲۰ مهر ماه است.

پریسا یلسوار - سید صالح اعتمادی

۱. [۳۴] هر گروه از توابع زیر را به ترتیب افزایش نرخ رشد مرتب کنید.
(آ)

$$f_1(n) = n^{0.99999} \log n \quad f_2(n) = 1000000n \quad f_3(n) = 1.0000001n \quad f_4(n) = n^2$$

(1)

(ب)

$$f_1(n) = 2^{2^{1000000}} \quad f_2(n) = 2^{100000n} \quad f_3(n) = \binom{n}{2} \quad f_4(n) = n\sqrt{n}$$

(ج)

$$f_1(n) = n^{\sqrt{n}} \quad f_2(n) = 2^n \quad f_3(n) = n^{10} \cdot 2^{\frac{n}{2}} \quad f_4(n) = \sum_{i=1}^n (i+1)$$

۲. [۱۶] سیدگو، محاسباتی هر یک از روابط بازگشته، زیر را برای $T(n, n)$ بنویسد.

(a)

$$T(x, c) = \Theta(x) \quad \text{for } c \leq 2,$$

$$T(c, y) = \Theta(y) \quad \text{for } c \leq 2, \text{ and}$$

$$T(x, y) = \Theta(x + y) + T(x/2, y/2)$$

(b)

$$\begin{aligned} T(x, c) &= \Theta(x) \quad \text{for } c \leq 2, \\ T(c, y) &= \Theta(y) \quad \text{for } c \leq 2, \text{ and} \\ T(x, y) &= \Theta(x) + T(x, y/2) \end{aligned}$$

(c)

$$\begin{aligned} T(x, c) &= \Theta(x) && \text{for } c \leq 2, \\ T(x, c) &= \Theta(x) + S(x, y/2), \\ S(c, y) &= \Theta(y) && \text{for } c \leq 2, \\ S(x, y) &= \Theta(y) + T(x/2, y) \end{aligned}$$

۳. [۲۰] درستی یا نادرستی عبارات زیر را با علامت (✓) یا (✗) مشخص کنید. دلیل خود را در نقطه چین زیر هر عبارت توضیح دهید.

(a) ____ A $\Theta(n^2)$ algorithm always takes longer to run than a $\Theta(\log n)$ algorithm.

(b) ____ If $f(n) = \Theta(g(n))$ and $g(n) = \Theta(h(n))$, then $h(n) = \Theta(f(n))$.

(c) ____ If $f(n) = O(g(n))$ and $g(n) = \mathcal{O}(h(n))$, then $h(n) = \Omega(f(n))$

(d) ____ If $f(n) = \mathcal{O}(g(n))$ and $g(n) = \mathcal{O}(f(n))$ then $f(n) = g(n)$.

۴. [۳۰] آرایه A با n عنصر صحیح و عدد صحیح x به شما داده شده است. الگوریتمی با پیچگی زمانی $\Theta(n \log n)$ طراحی کنید که تعیین کند آیا دو عنصر در این آرایه با مجموع x وجود دارد یا خیر. (دو عنصر الزاماً متمایز نیستند.)