

## تمرین ۳ درس ساختمان داده

سید صالح اعتمادی

محمد جواد پیرهادی

مطهره میرزایی

دانشگاه علم و صنعت ۹۸-۹۹

لطفاً به نکات زیر توجه کنید:

- مهلت ارسال این تمرین شنبه ۲۰ مهر ماه ساعت ۱۱:۵۹ ب.ظ است.
- این تمرین شامل سوال های برنامه نویسی می باشد، بنابراین توجه کنید که حتماً موارد خواسته شده را رعایت کنید. .
- نام شاخه، پوشه و پول ریکوست همگی دقیقاً "A۳" باشد.
- سوال ۵ امتیازی می باشد.
- در صورتی که به اطلاعات بیشتری نیاز دارید می توانید با ایدی های تلگرام در ارتباط باشید.

@MohammadJavad\_Pirhadi @mirzaei۲۱۱۴

موفق باشید.

## توضیحات کلی تمرین

تمرین این هفته ی شما، ۹ سوال دارد که به جز سوال ۵ باید به همه ی این سوال ها پاسخ دهید. برای حل این سری از تمرین ها مراحل زیر را انجام دهید:

۱. ابتدا مانند تمرین های قبل، یک پروژه به نام A۳ بسازید.

۲. کلاس هر سوال را به پروژه ی خود اضافه کنید و در قسمت مربوطه کد خود را بنویسید. هر کلاس شامل دو متد اصلی است:

متد اول: تابع solve است که شما باید الگوریتم خود را برای حل سوال در این متد پیاده سازی کنید.

متد دوم: تابع process است که مانند تمرین های قبلی در TestCommon پیاده سازی شده است. بنابراین با خیال راحت سوال را حل کنید و نگران تابع process نباشید! زیرا تمامی پیاده سازی ها برای شما انجام شده است و نیازی نیست که شما کدی برای آن بنزنید.

۳. اگر برای حل سوالی نیاز به تابع های کمکی دارید؛ می توانید در کلاس مربوط به همان سوال تابع تان را اضافه کنید.

اکنون که پیاده سازی شما به پایان رسیده است، نوبت به تست برنامه می رسد. مراحل زیر را انجام دهید.

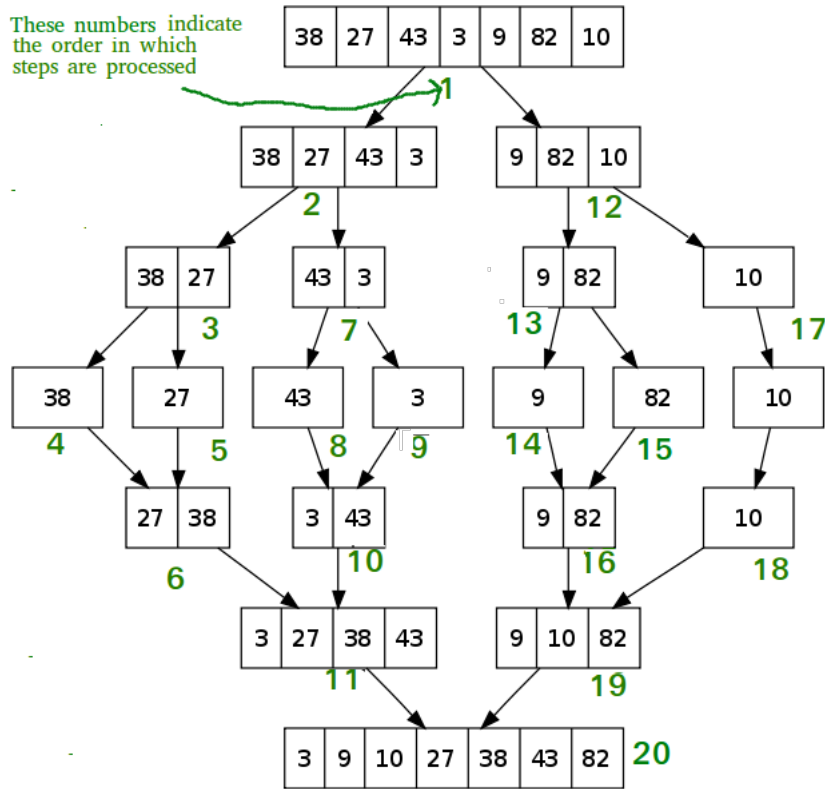
۱. یک UnitTest برای پروژه ی خود بسازید.

۲. فولدر TestData که در ضمیمه همین فایل قرار دارد را به پروژه ی تست خود اضافه کنید.

۳. فایل GradedTests.cs را به پروژه ی تستی که ساخته اید اضافه کنید. توجه کنید که مانند تمرین های قبل، لازم نیست که برای هر سوال TestMethod بنویسید. تمامی آنچه که برای تست هر سوالتان نیاز دارید از قبل در این فایل برای شما پیاده سازی شده است.

# Merge Sort ۱

در این تمرین شما باید الگوریتم MergeSort را پیاده سازی کنید. یک مثال از MergeSort در تصویر زیر نمایش داده شده است. روش این الگوریتم به این صورت است که در هر مرحله آرایه ورودی را نصف کرده و روی هر دو قسمت به صورت بازگشتی خود را صدا می زند و پس از بازگشت دو قسمت را با هم Merge می کند.



• به دلیل پیچیدگی بیشتر این سوال نسبت به بقیه سوال ها توصیه می شود ابتدا به بقیه سوالات پاسخ دهید.

• توضیحات بیشتر در کلاس حل تمرین این هفته.

• محدودیت زمانی : ۴۰۰ میلی ثانیه

## Fibonacci Number ۲

در این تمرین شما باید الگوریتمی بنویسید که با گرفتن عدد صحیح  $n$  از ورودی،  $n$ امین عدد فیبوناتچی را پیدا کند.

تعریف دنباله ی اعداد فیبوناتچی به صورت زیر می باشد:

$$Fib(0) = 0, Fib(1) = 1, Fib(i) = Fib(i - 1) + Fib(i - 2), i \geq 2$$

- محدودیت زمانی : ۱۰۰ میلی ثانیه

## Last Didit of a Large Fibonnaci Number ۳

هدف شما در این تمرین پیدا کردن آخرین رقم  $n$ امین عدد فیبوناتچی است. به یاد بیاورید که اعداد فیبوناچی سریعاً رشد می کنند. بنابراین باید الگوریتم شما کارآمد باشد.

- محدودیت زمانی : ۴۰۰ میلی ثانیه

## Greatest Common Divisor ۴

بزرگترین مقسوم علیه مشترک دو عدد صحیح غیر منفی  $a$  و  $b$  (که هر دو برابر ۰ نیستند) برابر است با بزرگترین عدد صحیح مانند  $d$  که بر هر دو عدد  $a$  و  $b$  تقسیم می شود. در این تمرین، الگوریتم اقلیدس را برای محاسبه بزرگترین مقسوم علیه مشترک اجرا کنید.

- محدودیت زمانی : ۱۰۰ میلی ثانیه

## Least Common Multiple ۵

کوچکترین مضرب مشترک دو عدد صحیح مثبت  $a$  و  $b$ ، حداقل عدد صحیح مثبت  $m$  است که توسط  $a$  و  $b$  قابل تقسیم است. الگوریتمی بنویسید که کوچکترین مضرب مشترک دو عدد صحیح که از ورودی می گیرد را محاسبه کند.

- این سوال امتیازی می باشد.

- محدودیت زمانی : ۱۰۰ میلی ثانیه

## Fibonacci Number Again ۶

در این تمرین، هدف شما این است که باقی مانده ی  $Fib(n)$  بر  $m$  را برای مقادیر خیلی بزرگ  $n$  مثل  $10^{18}$  را محاسبه کنید. برای چنین مقادیر بزرگی از  $n$ ، اگر شما یک حلقه برای محاسبه ی عدد فیبوناتچی  $n$  استفاده کنید و سپس باقی مانده ی آن را بر  $m$  حساب کنید، زمان اجرای الگوریتم شما بیشتر از یک ثانیه خواهد بود. بنابراین باید از روش دیگری استفاده کرد. به شکل زیر دقت کنید.

$i$	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15
$F_i$	0	1	1	2	3	5	8	13	21	34	55	89	144	233	377	610
$F_i \bmod 2$	0	1	1	0	1	1	0	1	1	0	1	1	0	1	1	0
$F_i \bmod 3$	0	1	1	2	0	2	2	1	0	1	1	2	0	2	2	1

همانطور که می بینید دنباله ی باقی مانده ها هم برای  $m = 2$  و هم برای  $m = 3$  متناوب است. به طور کلی این درست است که برای هر عدد صحیح  $m \geq 2$ ، دنباله  $Fib(n) \bmod m$  متناوب است. اثبات می شود که تناوب همیشه با ۰۱ شروع می شود و به عنوان تناوب پیزانو شناخته می شود. پس شما با دانستن این نکته می توانید مسئله را حل کنید.

- محدودیت زمانی : ۱۰۰ میلی ثانیه

## Last Digit of the Sum of Fibonacci Numbers ۷

الگوریتمی بنویسید که آخرین رقم مجموع  $fib(0) + fib(1) + fib(2) + \dots + fib(n)$  را محاسبه کند.

- محدودیت زمانی : ۱۰۰ میلی ثانیه

## Last Digit of the Sum of Fibonacci Numbers Again ۸

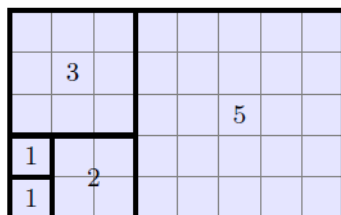
دو عدد صحیح غیر منفی  $m$  و  $n$ ، که در آن  $n \geq m$  را از ورودی بگیرید. آخرین رقم مجموع عبارت زیر را پیدا کنید.  $Fib(m) + Fib(m+1) + \dots + Fib(n)$

- محدودیت زمانی : ۱۰۰ میلی ثانیه

## Digit of the Sum of Squares of Fibonacci Numbers ۹

Last

آخرین رقم  $Fib(0)^2 + Fib(1)^2 + \dots + Fib(n)^2$  را محاسبه کنید.  
از آنجایی که  $n$  در این سوال می تواند خیلی بزرگ باشد؛ یک فرمول برای محاسبه ی عبارت بالا بدست بیاورید. به شکل زیر دقت کنید.



این شکل نشان می دهد که مجموع  $Fib(0)^2 + Fib(1)^2 + Fib(2)^2 + Fib(3)^2 + Fib(4)^2 + Fib(5)^2$  برابر است با مساحت مستطیلی با عرض  $Fib(5)$  و طول  $Fib(4) + Fib(5)$

• محدودیت زمانی : ۱۰۰ میلی ثانیه