



دانشکده مهندسی کامپیوتر

پاسخنامه

امتحان پایان ترم

هوش مصنوعی

اساتید درس: محمد طاهر پیله ور، سید صالح اعتمادی

نیمسال اول ۱۳۹۹-۱۴۰۰

۱ یادگیری تقویتی - فقط گروه ۱ (۳۰ نمره)

سیستمی با دو وضعیت^۱ و دو انتخاب^۲ داریم. در هر قدم یک انتخاب انجام می‌شود و وضعیت بعدی و جایزه^۳ متناظر با آن را طبق شکل زیر مشاهده می‌کنید. الگوریتم Q-Learning را با نرخ یادگیری^۴ ۰.۵ و عامل نزول^۵ ۰.۵ در هر مرحله اجرا کرده و جدول متناظر با آن را در هر مرحله بکشید. عناصر جدول مقدار دهی اولیه صفر شده‌اند. فرمول استفاده شده، مراحل محاسبه و جدول پر شده در هر مرحله را یادداشت کنید.

جواب

$$S_1 \quad R = -10 \quad a_1 : S_1 \rightarrow S_1$$

Q	S_1	S_2
a_1	-5	0
a_2	0	0

$$Q(a, s) \leftarrow Q(a, s) + \alpha (R(s) + \gamma \max_{a'} [Q(a', s')] - Q(a, s))$$

$$Q(a_1, S_1) \leftarrow 0 + 0.5(-10 + 0.5 \max_{a'(s'=S_1)} [0, 0] - 0)$$

$$= -5$$

$$S_1 \quad R = -10 \quad a_2 : S_1 \rightarrow S_2$$

Q	S_1	S_2
a_1	-5	0
a_2	-5	0

$$Q(a_2, S_1) \leftarrow 0 + 0.5(-10 + 0.5 \max_{a'(s'=S_2)} [0, 0] - 0)$$

$$= -5$$

$$S_2 \quad R = +20 \quad a_1 : S_2 \rightarrow S_1$$

Q	S_1	S_2
a_1	-5	8.75
a_2	-5	0

$$Q(a_1, S_2) \leftarrow 0 + 0.5(+20 + 0.5 \max_{a'(s'=S_1)} [-5, -5] - 0)$$

$$= 8.75$$

$$S_1 \quad R = -10 \quad a_2 : S_1 \rightarrow S_2$$

Q	S_1	S_2
a_1	-5	8.75
a_2	-5.3124	0

$$Q(a_2, S_1) \leftarrow -5 + 0.5(-10 + 0.5 \max_{a'(s'=S_2)} [8.75, 0] - (-5))$$

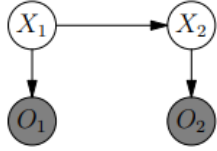
$$= -5.3125$$

https://www.cs.cmu.edu/afs/cs/academic/class/15381-s07/www/final/final_solutions07.pdf (page 18)

¹ State
² Action
³ Reward
⁴ Learning Rate
⁵ Discount Factor

۱ HMM – فقط گروه ۲ (۲۰ نمره)

در مدل مارکوف زیر فرض کنید که $O_1 = A$ و $O_2 = B$ رویت شده.



X_1	$\Pr(X_1)$
0	0.3
1	0.7

X_t	X_{t+1}	$\Pr(X_{t+1} X_t)$
0	0	0.4
0	1	0.6
1	0	0.8
1	1	0.2

X_t	O_t	$\Pr(O_t X_t)$
0	A	0.9
0	B	0.1
1	A	0.5
1	B	0.5

۱) با استفاده از الگوریتم پیشرو^۶ توزیع احتمال $P(X_2, O_1 = A, O_2 = B)$ را با ذکر مراحل محاسبه کنید.

۲) احتمال $P(X_1 = 1 | O_1 = A, O_2 = B)$ با ذکر مراحل محاسبه کنید.

۳) (۱۰ نمره مثبتی) با استفاده از likelihood-weighted-sampling^۸ از دو نمونه^۹ از توزیع احتمال $P(X_1, X_2 | O_1 = A, O_2 = B)$ بگیرید و از این نمونه‌ها برای تخمین $E[\sqrt{X_1 + 3X_2} | O_1 = A, O_2 = B]$ استفاده کنید^{۱۰}. برای نمونه‌برداری^{۱۰} از اعداد رندوم زیر مشابه روشی که در تمرین‌ها آمده بود استفاده کنید.

a_1	a_2	a_3	a_4	a_5	a_6	a_7	a_8	a_9	a_{10}
0.134	0.847	0.764	0.255	0.495	0.449	0.652	0.789	0.094	0.028

1)

$$P(X_2, O_1 = A, O_2 = B) = \sum_{X_1} P(X_1, X_2, O_1 = A, O_2 = B)$$

$$\text{BayesNet Definition} = \sum_{X_1} P(X_1)P(O_1 = A|X_1)P(X_2|X_1)P(O_2 = B|X_2)$$

$$P(X_2 = 1, O_1 = A, O_2 = B)$$

$$= P(X_1 = 1)P(O_1 = A|X_1 = 1)P(X_2 = 1|X_1 = 1)P(O_2 = B|X_2 = 1) + P(X_1 = 0)P(O_1 = A|X_1 = 0)P(X_2 = 1|X_1 = 0)P(O_2 = B|X_2 = 1) = 0.7 * 0.5 * 0.2 * 0.5 + 0.3 * 0.9 * 0.6 * 0.5 = 0.116$$

$$P(X_2 = 0, O_1 = A, O_2 = B)$$

$$= P(X_1 = 1)P(O_1 = A|X_1 = 1)P(X_2 = 0|X_1 = 1)P(O_2 = B|X_2 = 0) + P(X_1 = 0)P(O_1 = A|X_1 = 0)P(X_2 = 0|X_1 = 0)P(O_2 = B|X_2 = 0) = 0.7 * 0.5 * 0.8 * 0.1 + 0.3 * 0.9 * 0.4 * 0.1 = 0.0388$$

2)

$$P(X_1 = 1 | O_1 = A, O_2 = B) = \sum_{X_2} P(X_1 = 1, X_2 | O_1 = A, O_2 = B) \approx \sum_{X_2} P(X_1 = 1, X_2, O_1 = A, O_2 = B)$$

$$= P(X_1 = 1)P(O_1 = A|X_1 = 1)P(X_2 = 1|X_1 = 1)P(O_2 = B|X_2 = 1) + P(X_1 = 1)P(O_1 = A|X_1 = 1)P(X_2 = 0|X_1 = 1)P(O_2 = B|X_2 = 0) = 0.7 * 0.5 * 0.2 * 0.5 + 0.7 * 0.5 * 0.8 * 0.1 = 0.063$$

برای بدست آوردن احتمال دقیق نیاز به نرمال کردن احتمال داریم. بنابراین احتمال بالا را برای X_1 برابر صفر نیز محاسبه می‌کنیم و سپس نرمال می‌کنیم.

$$P(X_1 = 0 | O_1 = A, O_2 = B) = \sum_{X_2} P(X_1 = 0, X_2 | O_1 = A, O_2 = B) \approx \sum_{X_2} P(X_1 = 0, X_2, O_1 = A, O_2 = B)$$

$$= P(X_1 = 0)P(O_1 = A|X_1 = 0)P(X_2 = 1|X_1 = 0)P(O_2 = B|X_2 = 1) + P(X_1 = 0)P(O_1 = A|X_1 = 0)P(X_2 = 0|X_1 = 0)P(O_2 = B|X_2 = 0) = 0.3 * 0.9 * 0.6 * 0.5 + 0.3 * 0.9 * 0.4 * 0.1 = 0.0918$$

پس از نرمال کردن احتمال مورد سوال بصورت زیر در می‌آید:

$$P(X_1 = 0 | O_1 = A, O_2 = B) = 0.593$$

$$P(X_1 = 1 | O_1 = A, O_2 = B) = 0.407$$

3)

برای استفاده از نمونه‌برداری ابتدا نمونه X_1 را از تابع احتمال آن و عدد تصادفی انتخاب می‌کنیم. در بخش قبل احتمال X_1 به شرط $O_1 = A, O_2 = B$ محاسبه شده که طبق آن نمونه برداری می‌کنیم. لازم است احتمال X_2 به شرط $X_1, O_1 = A, O_2 = B$ نیز محاسبه شود.

$$P(X_2 = 0 | X_1 = 0, O_1 = A, O_2 = B) \approx P(O_2 = B|X_2 = 0)P(X_2 = 0|X_1 = 0)P(X_1 = 0) = 0.1 * 0.4 * 0.3 = 0.012 \Rightarrow 0.12$$

$$P(X_2 = 1 | X_1 = 0, O_1 = A, O_2 = B) \approx P(O_2 = B|X_2 = 1)P(X_2 = 1|X_1 = 0)P(X_1 = 0) = 0.5 * 0.6 * 0.3 = 0.09 \Rightarrow 0.88$$

$$P(X_2 = 0 | X_1 = 1, O_1 = A, O_2 = B) \approx P(O_2 = B|X_2 = 0)P(X_2 = 0|X_1 = 1)P(X_1 = 1) = 0.1 * 0.8 * 0.7 = 0.056 \Rightarrow 0.44$$

$$P(X_2 = 1 | X_1 = 1, O_1 = A, O_2 = B) \approx P(O_2 = B|X_2 = 1)P(X_2 = 1|X_1 = 1)P(X_1 = 1) = 0.5 * 0.2 * 0.7 = 0.07 \Rightarrow 0.56$$

⁶ Observed

⁷ Forward Algorithm

⁸ Sample

⁹ $E(x) = x * p(x)$

¹⁰ Sampling

Sample1: $O_1 = A, O_2 = B, X_1 = 0(a_1), X_2 = 1(a_2), w = 0.593 * 0.88 = 0.522 \Rightarrow 0.74$

Sample2: $O_1 = A, O_2 = B, X_1 = 1(a_3), X_2 = 0(a_4), w = 0.407 * 0.44 = 0.179 \Rightarrow 0.26$

$$E[\sqrt{X_1 + 3X_2} | O_1 = A, O_2 = B] = \sqrt{X_1 + 3X_2} * P(X_1, X_2 | O_1 = A, O_2 = B) = \sqrt{3} * 0.74 + \sqrt{1} * 0.26 = 1.54$$

۲ پیدا کردن راه (۱۰ نمره)

رضا مارمولک راهش را گم کرده است. اگر علاقمند هستید می‌توانید به جملات آخرش در سخنرانی که در زندان کرد مراجعه کنید (استثنا می‌توانید برای دیدن این تکه فیلم از اینترنت استفاده کنید). اگر فیلم مارمولک را ندیده‌ای (توصیه می‌کنم بعداً ببینید)، رضا مارمولک را برای دزدی دستگیر کرده‌اند. پس از فرار او می‌خواهد راه خود را پیدا کند. اطلاعات زیر را در رابطه با رضا مارمولک در اختیار داریم.

- اگر فکر دزدی به سراغ رضا بیاید با احتمال x می‌تواند فکر را از سرش بیرون کند.
 - اما اگر فکر دزدی از سرش بیرون نرفت با احتمال پنجاه درصد تصمیم قطعی برای دزدی می‌گیرد.
 - اگر تصمیم به دزدی بگیرد با احتمال ده درصد مورد مناسب برای دزدی پیدا می‌کند (اگر پیدا نکرد بی‌خیال می‌شود).
 - چنانچه مورد مناسب پیدا کرد، با احتمال ۹۰ درصد دزدی را انجام می‌دهد.
 - در نهایت چنانچه دزدی کرد، با احتمال ۱۰ درصد گیر می‌افتد و به زندان برمی‌گردد.
 - هدف رضا اینست که با احتمال نود درصد تا آخر عمر به زندان نیفتد.
- فرض کنیم رضا ۵۰ ساله است و ۳۰ سال دیگر از عمرش باقی است. چنانچه فکر دزدی ماهی یکبار به سراغ رضا بیاید، x چند باشد تا راهش را پیدا کند و به هدفش برسد.

احتمال به زندان افتادن وقتی فکر دزدی به سراغ رضا بیاید:

(فکر را نتواند از سرش بیرون کند) (تصمیم قطعی برای دزدی بگیرد) (مورد مناسب پیدا کند) (دزدی بکند) (دستگیر بشود)

$$P(\text{prison}) = (1-x) \binom{1}{0} \binom{1}{1} \binom{9}{1} \binom{1}{1}$$

پس احتمال اینکه وقتی فکر دزدی به سراغش افتاد، به زندان نیفتد می‌شود:

$$1 - P(\text{prison})$$

پس احتمال اینکه ۳۰ سال، سالی ۱۲ بار فکر به سراغش بیاید و دزدی نکند می‌شود:

$$(1 - P(\text{prison}))^{12 \times 30}$$

لذا باید معادله زیر را برای x حل کنیم:

$$(1 - P(\text{prison}))^{12 \times 30} > 0.9$$

با جایگذاری نتیجه می‌گیریم x باید بزرگتر از ۰/۹۳ باشد، یعنی رضا مارمولک باید بتواند با احتمال ۰/۹۳ فکر دزدی را از سر بیرون کند تا با احتمال ۰/۹۰ به زندان نرود.

فقط گروه ۲ (۱۰ نمره)

- متغیرهای تصادفی موجود در مساله بالا را مشخص کنید.
- شبهه بیز^{۱۱} متناظر این مساله را رسم کنید.
- همه استقلال‌های شرطی قابل استخراج از شبهه بیز را بنویسید.
- آیا حل مساله بالا را می‌توان در قالب یک Inference روی این شبهه بیز تعریف کرد؟ اگر بله، چگونه؟ اگر نه، چرا؟

متغیرهای تصادفی و شبهه بیز

$P(B=1 | F=1) = x$
 $P(T=1 | B=0) = 0.5$
 $P(P=1 | T=1) = 0.1$
 $P(D=1 | P=1) = 0.9$
 $P(Z=1 | D=1) = 0.1$

استقلال‌های شرطی
 $Z \perp\!\!\!\perp F, B, T, P \mid D$
 $Z \perp\!\!\!\perp T, B, P \mid P$
 $Z \perp\!\!\!\perp B, F \mid T$
 $Z \perp\!\!\!\perp F \mid B$
 $P \perp\!\!\!\perp F, B \mid T$
 $P \perp\!\!\!\perp F \mid B$
 $D \perp\!\!\!\perp F, B, T \mid P$
 $D \perp\!\!\!\perp F, B \mid T$
 $D \perp\!\!\!\perp F \mid B$
 $T \perp\!\!\!\perp F \mid B$

Inference روی شبهه بیز

$$P(Z=1 | F=1) = \prod_{i=1}^n P(x_i | \text{parents}(x_i))$$

$$= (1-x)(0.5)(0.1)(0.9)(0.1)$$

¹¹ Bayesian Network

۳ رده‌بندی^{۱۲} (۴۰)

گفته می‌شود هر انسان در برخورد با فرد دیگر، در ۳۰ ثانیه اول نظر مثبت یا منفی در ارتباط با طرف مقابل تشکیل می‌دهد. با این فرض می‌توان گفت انسان در مواجهه اولیه با دیگران یک مساله رده‌بندی حل می‌کند.

(۱) برای این مساله رده‌بندی، موارد زیر را با مثال در حداکثر ۲ خط توضیح دهید.
 (أ) نمونه داده^{۱۳}

انسان‌هایی که با آنها مواجه می‌شویم (یا خواهیم شد) و نظر مثبت یا منفی در مورد آنها تشکیل می‌دهیم.

(ب) برچسب داده^{۱۴}

نظر مثبت یا منفی که در ارتباط با انسان‌ها تشکیل می‌دهیم.

(ج) ویژگی^{۱۵}

ویژگی‌هایی که در نظر مثبت یا منفی ما تاثیرگذار هستند. مثل نوع پوشش، مدل مو و خوش‌رو بودن.

(د) داده آموزشی^{۱۶} و روش جمع‌آوری آن

تعدادی انسان که با آنها مواجه شدیم به همراه نظر مثبت یا منفی که در مورد آنها تشکیل داده‌ایم. برای جمع‌آوری آن می‌توان بعد از مواجهه با افراد و تشکیل نظر مثبت یا منفی، ویژگی‌های انتخابی به همراه مثبت/منفی را ثبت کنیم.

(ه) داده آزمون و روش جمع‌آوری آن

شیوه جمع‌آوری داده آزمون مشابه داده آموزشی است. مثلاً ۱۰ درصد داده جمع‌آوری شده را به عنوان داده آزمون در نظر می‌گیریم.

(و) چگونگی آموزش، آزمون و محاسبه دقت

داده آموزشی به همراه برچسب‌های مثبت/منفی را به یک رده‌بند داده تا پارامترهای مدل را محاسبه کند. سپس با استفاده از پارامترهای بدست آمده از آموزش، برچسب داده‌های آزمون را محاسبه می‌کنیم. با توجه به اینکه برچسب واقعی داده‌های آزمون موجود هستند، درصد داده‌هایی که با این برچسب تطابق دارند، دقت رده‌بندی را تعیین می‌کنند.

(۲) در نظر داریم مساله رده‌بندی فوق را از روش Naïve Bayes حل کنیم.

(أ) ۳ ویژگی باینری که فکر می‌کنید بیشترین تاثیر را دارند، انتخاب کنید. ویژگی‌ها باید برای شما معنا دار و واقع بینانه باشند.

۱. داشتن خنده بر لب. ۲. داشتن لباس تمیز و مرتب. ۳. استفاده از کلمات رکیک.

(ب) ۵ داده آموزشی و ۳ داده آزمون انتخاب کنید که شامل برچسب از هر دو نوع باشد (داده‌ها باید برای شما واقع بینانه باشند).

آموزش	علی	۱	۱	۰	مثبت
آموزش	مژده	۱	۰	۱	مثبت
آموزش	خسرو	۰	۱	۰	منفی
آموزش	سوده	۰	۰	۱	منفی
آموزش	بکتاش	۱	۰	۰	مثبت
آزمون	حسین	۰	۰	۱	منفی
آزمون	فاطمه	۱	۱	۰	مثبت
آزمون	ژیلا	۱	۰	۰	مثبت

¹² Classification

¹³ Example

¹⁴ Label

¹⁵ Feature

¹⁶ Training Data

ج) با استفاده از داده آموزشی، احتمال‌های لازم برای رده‌بندی را محاسبه کنید.

مثبت: +
منفی: -
ویژگی‌ها: f_1, f_2, f_3

$$\begin{aligned} P(+) &= 0.6 \\ P(-) &= 0.4 \\ P(f_1=1 | +) &= 1.0, \quad P(f_1=1 | -) = 0 \\ P(f_2=1 | +) &= 0.2, \quad P(f_2=1 | -) = 0.5 \\ P(f_3=1 | +) &= 0.2, \quad P(f_3=1 | -) = 0.5 \end{aligned}$$

د) با استفاده از احتمال‌های محاسبه شده در مرحله قبل، داده‌های آزمون را رده‌بندی کرده و دقت رده‌بندی را محاسبه کنید.

$$P(+ | \text{حسین}) = P(+ | f_1=0, f_2=0, f_3=1) \sim P(f_1=0, f_2=0, f_3=1 | +) * P(+) = 0 * 0.8 * 0.2 * 0.6 = 0$$

$$P(- | \text{حسین}) = P(- | f_1=0, f_2=0, f_3=1) \sim P(f_1=0, f_2=0, f_3=1 | -) * P(-) = 1 * 0.5 * 0.5 * 0.4 = 0.1$$

حسین منفی رده بندی شد که درست است.

$$P(+ | \text{فاطمه}) = P(+ | f_1=1, f_2=1, f_3=0) \sim P(f_1=1, f_2=1, f_3=0 | +) * P(+) = 1 * 0.2 * 0.8 * 0.6 = 0.096$$

$$P(- | \text{فاطمه}) = P(- | f_1=1, f_2=1, f_3=0) \sim P(f_1=1, f_2=1, f_3=0 | -) * P(-) = 0 * 0.5 * 0.5 * 0.4 = 0$$

فاطمه مثبت رده بندی شد که درست است.

$$P(+ | \text{ژیلا}) = P(+ | f_1=1, f_2=0, f_3=0) \sim P(f_1=1, f_2=0, f_3=0 | +) * P(+) = 1 * 0.8 * 0.8 * 0.6 = 0.384$$

$$P(- | \text{ژیلا}) = P(- | f_1=1, f_2=0, f_3=0) \sim P(f_1=1, f_2=0, f_3=0 | -) * P(-) = 0 * 0.5 * 0.5 * 0.4 = 0$$

ژیلا مثبت رده بندی شده که درست است.

از ۳ نمونه در داده آزمون هر ۳ درست رده‌بندی شدند و دقت صد در صد می‌شود.

۳) پسر کارفرما خارج درس می‌خونه و می‌گه Logistic Regression بهتر جواب می‌دهد. شما بهانه میارین که این تکنولوژی خیلی پیچیده است و در کشور ما امکان آموزش چنین سیستم وجود ندارد. کارفرما داده آموزشی شما را به پسرش می‌دهد و او بردار وزن زیر را در اختیار شما قرار می‌دهد. با توجه به این وزن‌ها داده آزمون را رده‌بندی کرده و دقت را برای آن محاسبه کنید. بایاس را $0/5$ به سمت «نظر مثبت» فرض کنید. برای بردار وزن، سه عدد غیر صفر آخر شماره دانشجویی تقسیم بر 10 را در نظر بگیرید. مثلاً برای شماره دانشجویی 97521834 می‌شود:

$$w_1 = 0/8, w_2 = 0/3, w_3 = 0/4$$

$$f_{\text{حسین}} = \begin{bmatrix} 0.5 \\ 0 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix}, f_{\text{فاطمه}} = \begin{bmatrix} 0.5 \\ 1 \\ 1 \\ 0 \end{bmatrix}, f_{\text{ژیلا}} = \begin{bmatrix} 0.5 \\ 1 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}, w = \begin{bmatrix} 1 \\ 0.8 \\ 0.3 \\ 0.4 \end{bmatrix}$$

$$P(+ | \text{حسین}; w) = \frac{1}{1 + e^{-\omega f_{\text{حسین}}}} = \frac{1}{1 + e^{-0.9}} = 0.71$$

$$P(+ | \text{فاطمه}; w) = \frac{1}{1 + e^{-\omega f_{\text{فاطمه}}}} = \frac{1}{1 + e^{-2.1}} = 0.89$$

$$P(+ | \text{ژیلا}; w) = \frac{1}{1 + e^{-\omega f_{\text{ژیلا}}}} = \frac{1}{1 + e^{-1.3}} = 0.77$$

با توجه به ضرایب داده شده داده‌های آزمون همگی «مثبت» طبقه‌بندی می‌شوند و در نتیجه دقت 66 درصد خواهد بود. البته توجه کنید که وزن استفاده شده در این محاسبه تصادفی بوده و دقت محاسبه شده ارزش خاصی ندارد.

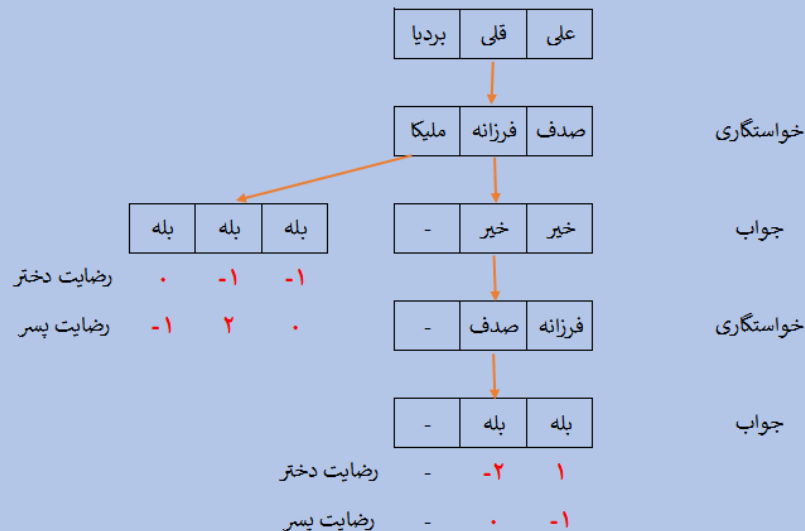
۴ انتخاب همسر (۲۰)

در یک گروه ۶ نفره ۳ پسر (A_1, A_2, A_3) و ۳ دختر (B_1, B_2, B_3) داریم. هر دختر یک عدد X_{B_i} برای هر پسر در نظر گرفته و بالعکس هر پسر به عدد X_{A_i} برای هر دختر در نظر می‌گیرد. همچنین هر پسر با توجه به بقیه پسرهای توی کلاس، تخمین Y_{A_i} را برای عددی که دخترها برای او در نظر گرفته‌اند دارد (و بالعکس). در هر مرحله هر پسر یک دختر را برای خواستگاری انتخاب می‌کند. چنانچه دو پسر یک دختر را انتخاب کنند، پسر با شماره کمتر خواستگاری می‌کند و پسر دیگر از اولویت بعدیش خواستگاری می‌کند. در مرحله بعد دختر می‌تواند بله یا خیر بگوید. چنانچه پسر i با دختر j ازدواج کند جایزه پسر برابر است با $X_{B_i} - Y_{A_j}$ و جایزه دختر برابر است با $X_{A_i} - Y_{B_j}$ (میزان ارزش همسر برایش منهای تصور ارزشش از خودش). به عبارت دیگر اگر پسری برای خودش ارزشی قائل نباشد ولی دختری که از نظر او از همه ارزشمندتر است به او بله بگوید، از همه خوشحال‌تر است. برای مقادیر X و Y مقادیر تصادفی بین ۱ تا ۳ انتخاب کنید. با توجه به اینکه هر فرد می‌خواهد سود خود را بیشینه کند، این بازی را حل کنید. دقت کنید که گزینه‌های پسرها رفتن به خواستگاری است و گزینه‌های دخترها بله/خیر است. چنانچه برای حل مساله نیاز به اطلاعات بیشتری دارید، فرض خود را بنویسید و با توجه به فرض حل کنید. برای ملموس شدن مساله می‌توانید برای (A_1, A_2, A_3) و (B_1, B_2, B_3) نام‌های معادل انتخاب کنید.

مقادیر زیر بصورت تصادفی در نظر می‌گیریم. علی و بردیا از خود راضی بوده و هر دو صدف را دوست دارند. صدف و ملیکا هم از خود راضی بوده و بردیا را دوست دارند. قلی هم انتظار زیادی از زندگی ندارد و کسی هم به او توجهی ندارد.

		Y	$X_{\text{فرزانه}}$	$X_{\text{صدف}}$	$X_{\text{ملیکا}}$
A1	علی	۳	۲	۳	۱
A2	قلی	۱	۳	۱	۲
A3	بردیا	۳	۱	۳	۲

		Y	$X_{\text{علی}}$	$X_{\text{قلی}}$	$X_{\text{بردیا}}$
B1	فرزانه	۲	۳	۱	۲
B2	صدف	۳	۲	۱	۳
B3	ملیکا	۳	۲	۱	۳



کشیدن درخت بازی کامل جای زیادی خواهد گرفت زیرا در نظر گرفتن تمام حالت‌های خواستگاری اولیه ۶ عدد خواهد بود و جواب‌های خواستگاری ۸ حالت مختلف خواهد داشت. ولی بسیاری از حالت‌ها قطعاً اتفاق نمی‌افتند یا نتیجه جدیدی نمی‌دهند. ایده اصلی این سوال استفاده از هرس مناسب برای یافتن جواب می‌باشد. با توجه به اینکه همه به دنبال بیشینه کرده سود خود هستند و علی اولین انتخاب را دارد، قطعاً صدف را انتخاب خواهد کرد. و بردیا انتخاب دوم خود ملیکا را انتخاب خواهد کرد. در اینصورت ملیکا قطعاً جواب مثبت خواهد داد چون رضایت او بیشینه می‌شود. در این حال، صدف نیز با علم به این مساله، به علی جواب مثبت می‌دهد، چون در غیر اینصورت قلی به خواستگاری او خواهد آمد در حالیکه علی هم به خواستگاری فرزانه می‌رود که رضایت صدف کمتر خواهد شد. پس صدف به علی جواب مثبت می‌دهد. با این فرض فرزانه هم به قلی جواب مثبت خواهد داد.